| | |
|---|---|
| Title | L’ hypothese du continu 二関スル Sierpinski ノ定理二就テ |
| Author(s) | 稲葉, 三男 |
| Citation | 全国紙上数学談話会. 32 p.2-p.4 |
| Issue Date | 1935-03-06 |
| oaire:version | VoR |
| URL | https://doi.org/10.18910/74021 |
| rights | |
| Note | |

# 99. L'hypothèse du continu ニ関スル Sierpiński ノ定理ニ就テ

稲葉三男（五高）

Sierpinski ハ Fund. Mathematicae, XXIII デ L'hypothèse du continu H が次ノ命題ト équivalent ナルコトヲ証明シタ。

$(P_0)$: 可附番ナ平面集合ノ Famille $F$ が存在シテ次ノ性質ヲ備ヘテ居ル。即チ $F$ ノ集合可附番以上ノ無限個ノ和ハ何レモ如何ナル一次元（直線上ノ）集合ニモ homéomorphe デナイ。

ココデ、コノ homéomorphe ノ代リニ Sierpiński ノ Quasi-homéomorphe（所シ classe ハ $0, \alpha$）トシテモ差支ヘナイ，ソノ証明法ハ Sierpiński ノヲ殆ド借用出來ル。吾々ノ命題ヲ $(P_\alpha)$ トスル。

$P_\alpha \longrightarrow P_0 \longrightarrow H$ ナルコトハ Sierpiński ニヨッテ明カデアルカラ

$H \longrightarrow P_\alpha$ ヲ導ケバヨイ。

$H \longrightarrow P_\alpha$ ノ証明.

可附番以上ノ Borel 集合ノ全体ノ Famille ハ $2^{\aleph_0}$ 丈アッテ、$H(2^{\aleph_0}=\aleph_1)$ ニ次ノヤウニ排列サレル。

$$B_1, B_2, \text{------}, B_\omega, B_{\omega+1}, \text{------}, B_\xi, \text{------} \qquad (\xi < \Omega)$$

（$\Omega$ ハ濃度が $\aleph_1$ デアル最小超限序數）

$\alpha < \Omega$ ニ對シテ $B_\xi$ ($\xi < \alpha$) トハ少クモ一点ヲ共有スル可附番集合 $E_\alpha$ ガ存在スル。$F = \{E_\alpha\}_{\alpha<\Omega}$ トスレバ之レガ問題ノ $F$ デアル。

今 $S$ ヲ $E_\alpha$ ノ可附番以上ノ無限個ノ和トスレバ、スベテノ $\alpha(<\Omega)$ ニ對シテ $S \cdot B_\alpha \neq 0$ デアル ($\alpha < \xi$, $E_\xi \subset S$ ナル $\xi$ ガ存在シ $0 \neq B_\alpha \cdot E_\xi \subset B_\alpha \cdot S$ デアルカラ)

假リニ $S$ ガ直線上ノ集合 $L$ ニ Quasi-homéomorphe (classe ハ $0, \alpha$) デアルト假定シテ見ル。Laurentieff-Kuratowski ノ定理. [Kuratowski, Topologie, I, 1933, p.221] ニヨツテ、コノ homéomorphe ハ $S, L$ ヲ夫々含ム classe $\alpha+1$ デアル Borel 集合 $S^*, L^*$ ニ接續スルコトガ出來ル。$C(S^*) \equiv$ 平面 $-S^*$ モ Borel 集合デアル。

$C(S^*)$ ハ可附番デハナイ，モシソウデアルトスルト $S^*$ ハ $x=a$, $y=b$ ナル二直線ヲ含ム從ッテ、コノ二直線ヨリナル集合ガ直線上ノ集合ニ一對一ニ連續ニ寫像サレルコトニナルガ之ハ不可能デアル。

從ッテ $C(S^*)$ ハ $B_\xi$ ($\xi < \Omega$) ノ一ツニ違ヒナイ。トコロガ

$$C(S^*) \cdot S \subset C(S^*) \cdot S^* = 0, \quad C(S^*) \cdot S = 0$$

コレデハ $S$ ノ性質ニ反スル。故ニ $S$ ハ直線上ノ集合ニハ quasi-homéomorphe (classe ハ $0, \alpha$) デナイ。

(証明了)

コノ Quasi-homéomorphe ノ classe ヲ $\alpha, \beta$ トシ

テハドウカト考ヘテ見テモ、之レハ次ノ定理ノタメニ駄目ナコトガ分ル。

*Complet, séparable,* 自己稠密ナ空間ハ無理数全体ノ集合ニ *quasi-homéomorphe* (*classe* ハ $1, 0$) デアル。[*Kuratowski, Fund. Math.* XXII, *p.* 210]

(註) A ガ B ニ *quasi-homéomorphe* (*classe* $\alpha, \beta$) トハ $A = f(B)$ ノ $f$ ガ一意, *Baire* ノ *classe* $\alpha$, ソノ逆函数 $B = g(A)$ ガ一意, *Baire* ノ *classe* $\beta$ ナルコト。

(二月二十八日)